

## ЗАХВАТ И УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКОЕ УСКОРЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ ПАКЕТОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В КОСМИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЕ ПРИ РЕЛЯТИВИСТСКИХ НАЧАЛЬНЫХ ЭНЕРГИЯХ ЧАСТИЦ

Николай Ерохин<sup>1</sup>, Надежда Зольникова<sup>1</sup>, Румен Шкевов<sup>2</sup>, Людмила Михайловская<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт космических исследований – Российская академия наук

<sup>2</sup>Институт космических исследований и технологий – Болгарская академия наук  
e-mail: nerokhin@mx.iki.rssi.ru, shkevov@space.bas.bg

**Ключевые слова:** Захват частиц, волновой пакет, серфотронное ускорение частицы, начальные релятивистские энергии, интеграл движения, космическая плазма, электромагнитные волны, фазовая плоскость, нелинейное уравнение.

**Аннотация:** Проведено теоретическое исследование модели серфотронного механизма ультрарелятивистского ускорения заряженных частиц пакетом электромагнитных волн с лоренцевской огибающей в космической плазме при релятивистских начальных энергиях частиц. Исследованы динамика фазы пакета на несущей частоте на траектории электрона, траектории частиц, структура фазовой плоскости в нелинейной модели и др. Волновой пакет был локализован в пространстве. Показан рост с практически постоянным темпом релятивистского фактора и поперечных к внешнему магнитному полю компонент импульса частиц. Область благоприятных фаз пакета на несущей частоте для захвата ультрарелятивистских электронов в режим ускорения содержит один интервал, что существенно упростит последующие оценки числа ускоряемых частиц и затухание пакета за счет передачи его энергии электронам. Для захваченных частиц их траектории в плоскости, перпендикулярной внешнему магнитному полю являются практически прямыми линиями. Исследована структура фазовой плоскости рассматриваемого нелинейного уравнения, которая для захваченных частиц имеет особую точку типа устойчивый фокус. Полученные результаты представляют интерес для развития современных представлений о возможных механизмах генерации потоков ультрарелятивистских частиц в космической плазме, корректной интерпретации экспериментальных данных по потокам этих частиц.

## CAPTURE AND ULTRARELATIVISTIC ACCELERATION OF ELECTRONS BY ELECTROMAGNETIC WAVES PACKET IN SPACE PLASMA AT THE INITIAL RELATIVISTIC ENERGIES OF THE PARTICLES

Nikolay Erokhin<sup>1</sup>, Nadezhda Zolnikova<sup>1</sup>, Rumen Shkevov<sup>2</sup>, Ludmila Mikhailovskaya<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Space Research Institute – Russian Academy of Sciences

<sup>2</sup>Space Research and Technology Institute – Bulgarian Academy of Sciences  
e-mail: nerokhin@mx.iki.rssi.ru, shkevov@space.bas.bg

**Keywords:** Particles trapping, waves packet, particle surfatron acceleration, initial relativistic energy, constant of motion, space plasma, electromagnetic waves, phase plane, nonlinear equation,.

**Abstract:** A theoretical study of the surfatron mechanism model of ultrarelativistic charged particle acceleration by package of electromagnetic waves with Lorentz envelope in space plasma at initial relativistic energies of the particles was done. The dynamics of phase package at carrier frequency on the electron trajectory, particles trajectory, the structure of the phase plane in nonlinear models and others parameters was investigated. The wave packet was space localized. The growth with almost constant rate of relativistic factor and particle momentum perpendicular to the external magnetic field component was shown. Area of favorable package phases at carrier frequency to capture the highly relativistic electrons in the acceleration mode contains one interval. This will significantly simplify the subsequent estimates of the number of accelerated particles and packet damping by transferring its energy to the electrons. Trajectories of captured particle in a perpendicular plane to the external magnetic field are substantially straight lines. The nonlinear equation phase plane structure

for trapped particles which has a singular point of type stable focus. The results are of interest for the development of modern ideas about possible mechanisms to generate streams of ultrarelativistic particles in space plasma and the correct interpretation of the experimental data on the flow of these particles.

## Введение

Анализ механизмов формирования потоков релятивистских и ультрарелятивистских частиц входит в число актуальных задач физики космической плазмы, в частности, это представляет большой интерес для проблемы генерации космических лучей в астрофизике, корректной интерпретации данных наблюдений. Одним их эффективных механизмов генерации потоков ультрарелятивистских частиц является серфотронное ускорение зарядов электромагнитными волнами, которое рассматривалось ранее, например, в работах [1-17]. Напомним, что серфотронное ускорение зарядов обусловлено реализацией в магнитоактивной плазме черенковского резонанса при взаимодействии волна-частица, что возможно в случае волны р-поляризации, причем для амплитуд волны выше некоторого порогового значения циклотронное вращение зарядов подавлено, частица в среднем движется в ускоряющем волновом поле. Подходящей ветвью колебаний являющиеся, например, волны на частотах верхнего гибридного резонанса плазмы. Пусть внешнее магнитное поле  $\mathbf{H}_0 = H_0 \mathbf{e}_z$ , электромагнитная волна распространяется вдоль оси  $x$  с электрическим полем  $\mathbf{E} = \text{Re} [\mathbf{A} \exp (i \Psi)]$ , где  $\Psi = \omega t - k x$  фаза волны,  $\mathbf{A}$  – комплексная амплитуда. Удобно ввести параметры:  $u = \omega_{He} / \omega$ ,  $v = (\omega_{pe} / \omega)^2$ , где  $\omega_{He} = eH_0 / m_e c$  – циклотронная частота нерелятивистских электронов плазмы,  $\omega_{pe} = (4\pi e^2 n_0 / m_e)^{1/2}$  – электронная ленгмюровская частота,  $n_0$  плотность плазмы.

Для электронных колебаний низкотемпературной плазмы тензор диэлектрической проницаемости определяется формулами:

$$\varepsilon_{zz} = 1 - v, \quad \varepsilon_{\perp} \equiv \varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = 1 - [v / (1 - u^2)], \quad \varepsilon_c = u v / (1 - u^2) = -i \varepsilon_{xy}.$$

В случае поперечного распространения электромагнитной волны р-поляризации с полями  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $H_z$  квадрат показателя преломления равен:

$$N^2 = (c k / \omega)^2 = \varepsilon_{\perp} - (\varepsilon_c^2 / \varepsilon_{\perp}) = 1 - [v(1 - v)] / (1 - u^2 - v).$$

Ниже полагается  $u < 1$ , когда фазовая скорость электромагнитной волны может быть меньше скорости света в вакууме. Диапазон значений  $v$ , в котором возможен черенковский резонанс волны с частицами следующий  $1 - u^2 < v < 1$ . Следует отметить, что волна р-поляризации не является чисто электростатической. Согласно ранее проведенному анализу захват заряженных частиц в режим серфотронного ускорения происходит для амплитуд волны выше следующего порога  $\sigma > u \gamma_p = u / (1 - \beta_p^2)^{1/2}$ ,  $\beta_p = \omega / c k$ , где  $\sigma = e E_0 / m_e c \omega$  безразмерная амплитуда волны. При анализе серфотронного ускорения исходными являются релятивистские уравнения движения заряженной частицы, резонансно взаимодействующей с электромагнитной волной. С учетом интегралов движения задача сводится к исследованию нелинейного уравнения второго порядка (с зависящими от времени коэффициентами) для фазы волны  $\Psi(x, t)$  на траектории ускоряемой заряженной частицы. Дальнейший численный анализ временной динамики ускорения зарядов электромагнитной волной в магнитоактивной плазме проводится на его основе.

## Основные уравнения серфотронного ускорения электронов волновым пакетом и результаты расчетов

Используем релятивистские уравнения движения для импульса ускоряемого электрона  $\mathbf{p}$

$$(1) \quad dp_x / dt = -e E_x - e v_y (H_0 + H_z) / c, \quad dp_y / dt = -e E_y + e v_x (H_0 + H_z) / c \\ dp_z / dt = 0, \quad p_z = \text{const}.$$

Для анализа уравнений (1) введем безразмерные переменные  $\tau = \omega t$ ,  $\xi = k x$ , а также безразмерную скорость  $\beta = v / c$ . Необходимо отметить, что импульс электрона равен  $\mathbf{p} = m c \gamma \boldsymbol{\beta}$ , где  $\gamma = 1 / (1 - \beta^2)^{1/2}$  – релятивистский фактор частицы. Для лоренцовского спектра волн в пакете основная компонента электрического поля имеет вид

$$(2) \quad E_x(x, t) = \{ E_m / [1 + \zeta^2 / L^2] \} \cos (\omega_0 t - k_0 x),$$

где  $\zeta = x - v_g(k_0) t$ ,  $L = 1 / k_p$  есть полуширина локализованного волнового пакета, движущегося со скоростью  $v_g(k_0)$ . Другие компоненты полей  $E_y$ ,  $H_z$  находятся по аналогии. Введем

безразмерное время  $\tau = \omega t$ . Характерное время пересечения захваченным зарядом волнового пакета порядка  $\delta t \sim 2L / v_p$  или в безразмерном времени имеем  $\delta \tau \sim 2L k_0$ . За это время центр волнового пакета сместится на расстояние  $\delta x \sim 2L (v_g / v_p) \ll 2L$ . Расчеты показали, что сильное ускорение захваченных электронов имеет место в случае достаточно больших времен удержания частиц пакетом в ускоряющей фазе поля  $\tau_c$  т.е. при  $\tau_c > (10^4 \div 10^6)$ .

Следовательно, условие  $2L k_0 = 2 \rho \geq (10^4 \div 10^6)$  обеспечивает ультрарелятивистское ускорение зарядов пространственно локализованным волновым пакетом.

Оценки и расчеты показывают, что можно пренебречь вихревыми компонентами волновых полей  $E_y, H_z$  и тогда для фазы пакета на несущей частоте  $\Psi(\tau) = (\omega_0 t - k_0 x)$  с учетом (2) получаем нелинейное уравнение

$$(3) \quad \gamma \beta_{p0} d^2\Psi / d\tau^2 - (1 - \beta_x^2) \cdot (e E_x / mc\omega_0) - u_0 \beta_y = 0,$$

где  $E_x(x,t)$  определено в (2),  $\beta_{p0} = \omega_0 / c k_0$ ,  $\gamma = (1 + h^2 + r^2)^{0.5} / (1 - \beta_x^2)^{0.5}$ ,  $r = \gamma \beta_y$  и учтен интеграл движения  $J = \gamma \beta_y + u_0 \beta_{p0} (\Psi - \tau)$ , а выражение для интеграла  $h$  следующее  $\gamma \beta_z = \text{const} \equiv h$ . Компонента скорости заряда  $\beta_x$  в (3) задана формулой  $\beta_x = \beta_{p0} [1 - (d\Psi / d\tau)]$ . Уравнение (3) решалось численно, полагали  $v_g(k_0) = 0$ .

Расчеты показали, что в области волнового пакета, где амплитуда электрического поля выше порогового значения, а скорость заряда в направлении распространения волнового пакета соответствует реализации черенковского резонанса, имеют место захват и последующее сильное ультрарелятивистское ускорение частиц локализованным волновым пакетом. Установлено, что набор энергии частицей возрастает с увеличением характерной полуширины волнового пакета. Согласно численным расчетам при ускорении захваченной частицы ее релятивистский фактор и поперечные к внешнему магнитному полю компоненты импульса возрастают пропорционально времени удержания заряда волновым пакетом в эффективной потенциальной яме.

Поперечные компоненты скорости заряда выходят на асимптотические значения, а продольная (относительно внешнего магнитного поля) скорость стремится к нулю. С течением времени ускоряемые частицы конденсируются на дно эффективной потенциальной ямы, которая является нестационарной.

### Результаты численного эксперимента

Приведем результаты расчетов для следующего варианта выбора параметров задачи  $h = 50$ ,  $g_y(0) = 10$ ,  $\beta_p = 0.9$ ,  $u = 0.2$ ,  $\sigma = 1.53 \sigma_c$ ,  $\sigma_c = u \gamma_p$ ,  $a = 0$ ,  $\rho = 8 \cdot 10^4$ , соответствующего сильно релятивистской начальной энергии электрона. Начальное положение электрона  $x_0$ , определяющее начальную фазу  $\Psi_0 = -\rho x_0 / L$ , было взято на левой стороне волнового пакета и соответствовало превышению полем пакета порогового значения на 2 % т.е.  $\Psi_0 = \phi + \delta\Psi_0$ , где  $\phi = 5.675 \cdot 10^4$ , а  $\delta\Psi_0$  находится в интервале  $-\pi < \delta\Psi_0 < \pi$ . При этом захваченный волновым пакетом электрон быстро (с фазовой скоростью) пересекает центральную часть пакета, в которой электрическое поле выше порогового значения, и сильно ускоряется. Приведем результаты расчетов в случае  $\delta\Psi_0 = 1$ . На рисунке 1 представлен график функции  $\Psi(\tau) - \Psi_0$  на интервале времени  $\tau < 2 \cdot 10^4$ . Захваченный электрон колеблется в эффективной потенциальной яме, период этих колебаний по мере его ускорения возрастает, амплитуда данных осцилляций медленно убывает.

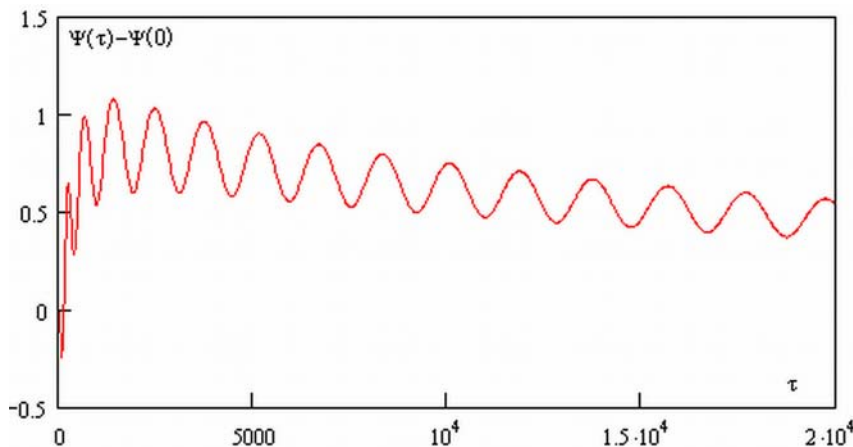


Рис. 1. Динамика фазы волнового пакета для несущей частоты на траектории захваченного электрона

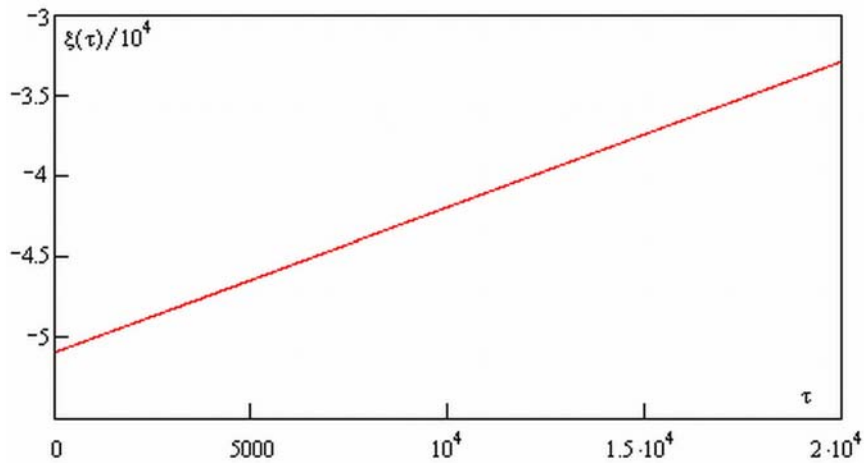


Рис. 2. Смещение захваченного электрона в направлении распространения волнового пакета. График практически является прямой линией, что соответствует скорости частицы  $\beta_x \approx \beta_{p0}$

Характерное время ускорения  $\delta\tau \sim 10^5$ , что дает рост релятивистского фактора  $\gamma$  до величины порядка  $4 \cdot 10^4$  т.е. энергия ускоренного электрона будет порядка 20 ГэВ, в то время как начальное ее значение было 59.8 МэВ т.е.  $\gamma(0) = 117.05$ . Затем электрон становится незахваченным и совершает циклотронное вращение. Приведем график релятивистского фактора захваченного электрона и его аналитической аппроксимации  $M(\tau)$ , соответствующей постоянному темпу ускорения (рис.3). Как видим, согласие  $\gamma(\tau)$  с  $M(\tau)$  вполне хорошее.

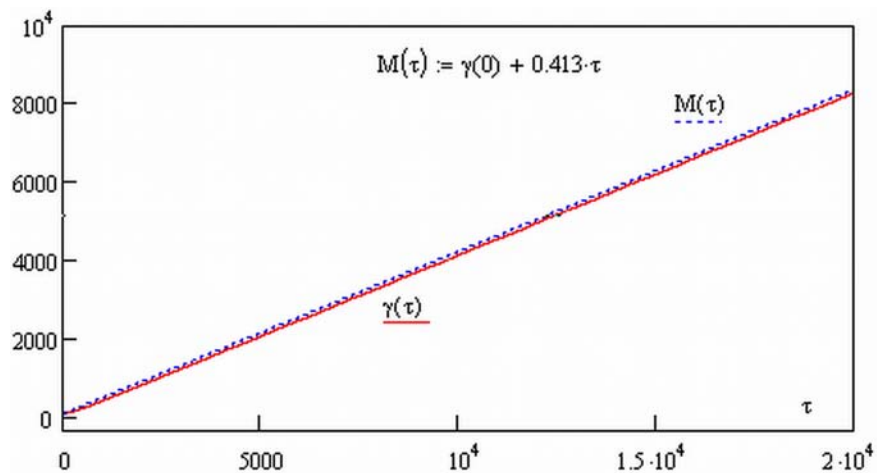


Рис. 3. График релятивистского фактора  $\gamma(\tau)$  и его аналитической аппроксимации  $M(\tau)$  для захваченного пакетом электрона с  $\gamma(0) = 117.05$

На рис.4 представлены графики поперечных к внешнему магнитному полю компонент импульса захваченного электрона  $g_y = \gamma \beta_y$ ,  $g_x = \gamma \beta_x$ . Практически это прямые линии, что соответствует условиям  $\beta_x \approx \beta_{p0}$ ,  $\beta_y \approx 1 / \gamma_{p0}$  для асимптотик компонент скорости захваченного волновым пакетом электрона. На рис.5 показана траектория изображающей точки на плоскости поперечных компонент скорости  $\beta_x$ ,  $\beta_y$  захваченного пакетом волн электрона для интервала времени  $\tau < 2 \cdot 10^4$ .

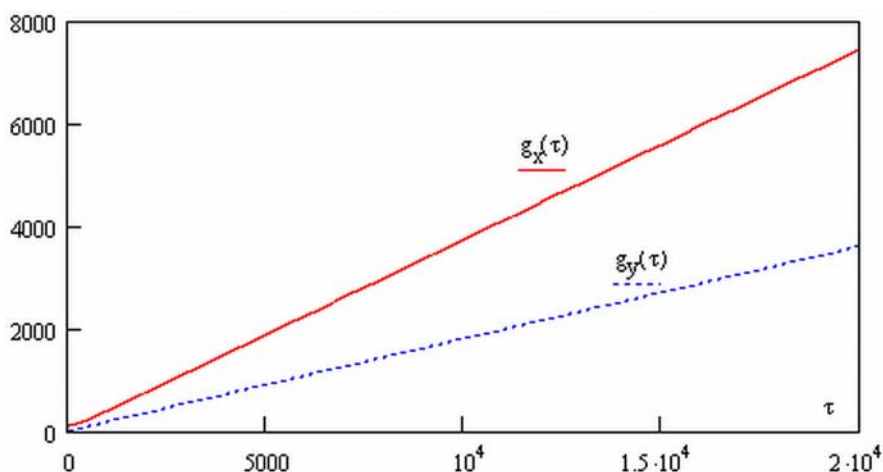


Рис. 4. Динамика поперечных к магнитному полю компонент импульса захваченного электрона  $g_x$ ,  $g_y$ . Темпы роста  $g_x$ ,  $g_y$  практически постоянные

Согласно графику на рис.5 поперечные компоненты скорости захваченного электрона довольно быстро выходят на постоянные асимптотические значения  $\beta_x \approx \beta_{p0}$ ,  $\beta_y \approx 1 / \gamma_{p0}$ , причем вариации скорости частицы вдоль направления распространения волны весьма малы. Отметим также, что эти вариации ( $\beta_x - \beta_{p0}$ ) знакопеременные.

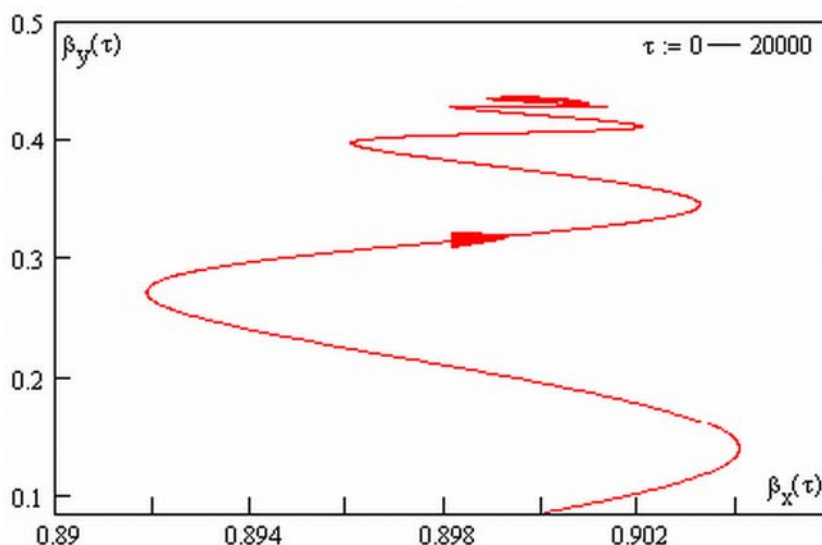


Рис. 5. Динамика траектории изображающей точки на плоскости поперечных компонент скорости  $\beta_x$ ,  $\beta_y$  захваченного пакетом электрона. Отметим весьма малую амплитуду осцилляций  $\beta_x$

График продольной компоненты скорости захваченного волновым пакетом электрона  $\beta_z$  показан на рис.6. Поскольку продольная компонента импульса частицы является интегралом движения  $\gamma \beta_z = h$ , то по мере ускорения электрона волновым пакетом величина скорости  $\beta_z$  убывает обратно пропорционально релятивистскому фактору  $\gamma$  т.е. обратно пропорционально времени. После пересечения центральной части волнового пакета электрон становится незахваченным и компонента скорости  $\beta_z$  практически не меняется.

Необходимо отметить, что для незахваченного волновым пакетом электрона возможен режим динамики фазы волнового пакета для несущей частоты на траектории частицы, в котором эта фаза может вначале возрастать практически монотонно, но позднее она убывает также почти монотонно т.е, в этом режиме взаимодействия волна-частица ускорение отсутствует, а скорость частицы вначале скажем больше фазовой скорости волнового пакета на несущей частоте  $\beta_p$ , через некоторое время она становится меньше величины  $\beta_p$  и позднее этот процесс повторяется.

Таким образом динамика взаимодействия волновой пакет-частица может быть весьма изменчивой с кратковременным прохождением через черенковский резонанс. Из графика

компоненты скорости частицы  $\beta_x$  следует, что при этом происходит фактически циклотронное вращение. Для частицы, захватываемой волновым пакетом сразу, структура фазовой плоскости ( $\Phi(\tau)$ ,  $\Psi(\tau)$ ), где  $\Phi(\tau) = d\Psi(\tau) / d\tau$ , показана на рис.7. Как видим, имеется особая точка траекторий типа устойчивый фокус.

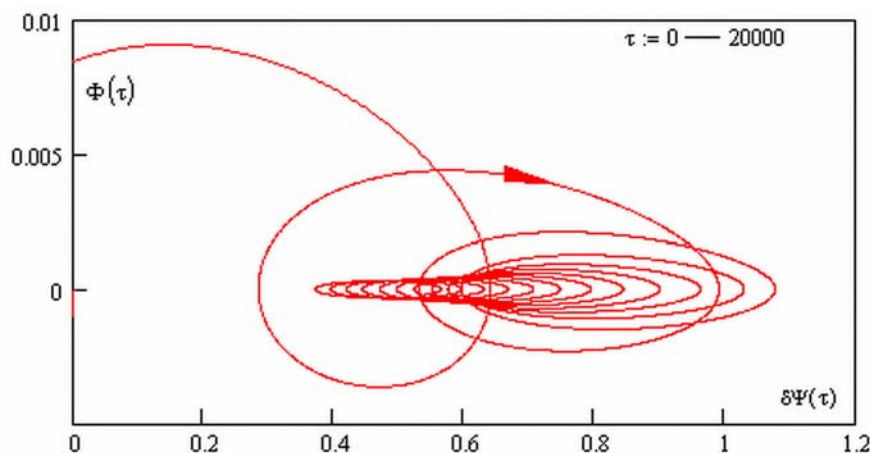


Рис. 7. Траектория движения изображающей точки на фазовой плоскости для захваченного пакетом электрона

### Выводы

Были проведены численные расчеты захвата и ультрарелятивистского серфотронного ускорения электронов электромагнитной волной с плавной огибающей амплитуды. Начальная энергия частиц была сильно релятивистской. Показано, что в центральной области волнового пакета, при амплитуде электрического поля выше порогового значения и реализуется черенковский резонанс, для благоприятных значений начальной фазы происходят захват и последующее ультрарелятивистское ускорение частиц локализованным волновым пакетом. Для сильно релятивистских начальных энергий размер области начальных фаз, благоприятных для реализации серфотронного ускорения, меньше, но порядка размера области неблагоприятных для серфинга начальных фаз, что важно для оценок влияния ускорения захваченных частиц на затухание волнового пакета. Из расчетов следует, что максимальная энергия ускоренных частиц возрастает пропорционально характерной полуширине волнового пакета. При ускорении в гелиосфере энергии частиц могут достигать значений порядка сотен ГэВ – ТэВ. Для больших значений фазовой скорости на несущей частоте волнового пакета основное ускорение происходит в направлении распространения пакета. Для малых значений фазовой скорости на несущей частоте волнового пакета основное ускорение происходит вдоль волнового фронта. При ультрарелятивистском ускорении захваченные частицы с течением времени конденсируются на дно эффективной потенциальной ямы.

Важно отметить, что серфотронное ускорение может реализоваться в космической плазме и приводит к вариациям потока космических лучей, зависящим от космической погоды.

### Список литературы:

1. K a t s o u l e a s, N., J. M. D a w s o n. Unlimited electron acceleration in laser-driven plasma wave. Physical Review Letters, 1983, v. 51, № 5, pp. 392-395.
2. J o s h i, C. The surfatron laser-plasma accelerators. Prospects and limitations. Radiation in plasmas, 1984, v.1, № 4, pp. 514-527.
3. Г р и б о в, Б. Э., Р. З. С а г д е е в, В. Д. Ш а п и р о, В. И. Ш е в ч е н к о. О затухании плазменных волн и ускорении резонансных электронов в поперечном магнитном поле. Письма в ЖЭТФ, 1985, т.42, вып.2, с. 54-58.
4. Б у л а н о в, С. В., А. С. С а х а р о в. Ускорение частиц, захваченных сильной потенциальной волной с искривленным фронтом в магнитном поле. Письма в ЖЭТФ, 1986, т. 44, вып. 9, с. 421-423.
5. С и т н о в, М. И. Максимальная энергия частиц в серфатроне в режиме "неограниченного ускорения". Письма в ЖЭТФ, 1988, т. 14, вып. 1, с. 89-92.
6. Е р о х и н, Н. С., А. А. Л а з а р е в, С. С. М о и с е е в, Р. З. С а г д е е в. Увлечение и ускорение заряженных частиц замедленной волной в неоднородной плазме. ДАН СССР, 1987, т. 295, № 4, с. 849-852.
7. Е р о х и н, Н. С., С. С. М о и с е е в, Р. З. С а г д е е в. Релятивистский серфинг в неоднородной плазме и генерация космических лучей. - Письма в Астрономический журнал, 1989, т.15, № 1, с.3-10.

8. Ерохин, Н. С., Н. Н. Зольникова, А. Г. Хачатрян. Ускорение зарядов поперек магнитного поля при взаимодействии сильной плазменной волны с многокомпонентными потоками релятивистских частиц. - Физика плазмы, 1990, т. 16, вып. 8, с. 945-947.
9. Кичигин, Г. Н. Особенности ускорения электронов в серфотроне. – ЖЭТФ, 1995, т.108, вып.10, с. 1342-1354.
10. Кичигин, Г.Н. Серфотронный механизм ускорения космических лучей в галактической плазме. – ЖЭТФ, 2001, т. 119, вып. 6, с. 1038-1049.
11. Лозников, В. М., Н. С. Ерохин. Переменный источник избытка космических электронов в гелиосфере. Вопросы атомной науки и техники, сер. Плазменная электроника, № 4 (68), с. 121-124, 2010.
12. Ерохин, Н. С., Н. Н. Зольникова, Е. А. Кузнецов, Л. А. Михайловская. Динамика релятивистского ускорения заряженных частиц в космической плазме при серфинге на пакете электромагнитных волн. Вопросы атомной науки и техники, сер. Плазменная электроника, № 4(68), с. 116-120, 2010.
13. Ерохин, Н. С., Н. Н. Зольникова, Л. А. Михайловская. Особенности захвата и серфотронного ускорения ультрарелятивистских частиц в космической плазме в присутствии попутной волны. Вопросы атомной науки и техники, 2008, № 4, с. 114-118.
14. Chernikov, A. A., G. Schmidt, A. I. Neishtadt. Unlimited Particle Acceleration by Waves in a Magnetic Field. Physical Review Letters, 1992, v. 68, № 10, pp. 1507-1510.
15. Нейштадт, А. И., А. В. Артемьев, Л. М. Зеленый, Д. Л. Вайнштейн. Письма в ЖЭТФ. 2009. Т.89.Вып. 9. С. 528.
16. Лозников, В. М., Ерохин Н.С., Зольникова Н. Н., Михайловская Л. А. Физика плазмы. 2013. Т.39. № 10. С. 927.
17. Заславский, Г. М., Нейштадт А. И., Петровичев Б. А., Сагдеев Р. З. Физика плазмы. 1989. Т.15. № 5. С.631.